Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014

AM110 - Analisi Matematica 1- Tutorato IV

Docente: Prof. Pierpaolo Esposito
Tutori: A. Mazzoccoli, M. Nanni

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti.

$$\circ \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^4}\left(1+\frac{1}{n^{\frac{1}{4}}}\right)^n \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{n^4+n}}{n^2}\right)^{n^2 ln(n)} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty} \log((n+5)!)-\log(n!+5)$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty} \sin(\log(n^2))\cdot\log\left(1-\frac{1}{n^2}\right) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty} \frac{2^{\sqrt{(\log_2(n))^2+\log_2(n^2)}}}{n+1}$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\ln\left(\frac{\sqrt{1+e^{2n}}+3^n}{\sqrt{1+16^n}+3^n}\right) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty} n\frac{\log\frac{n+1}{n}-\log(1-\sin\frac{1}{n})}{1+n\sin\frac{1}{n}}$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty} n\left(e^{\sin(\frac{1}{n})}-1-\frac{1}{n}\right) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{3}{n^2+n^4}\right)^n \qquad \circ \lim_{n\to+\infty} n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}-\sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti al variare dei parametri $\alpha > 0, \beta \in \mathbb{R}$.

$$\circ \lim_{n\to+\infty} \frac{\beta^n(-1)^n}{(n^2+1)(\sin(\frac{1}{n}))} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty} \ln(\sqrt[n]{1+\alpha^n}) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}(\beta^n+n^\beta)$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{1-e^{-\frac{1}{n^\alpha}}}{n^{-2\alpha}}} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{n^2+1}{n^\beta}\right)^n$$

Esercizio 3. Si determinino, qualora esistano, Sup e Inf su $\mathbb{R}$ dei seguenti insiemi:

$$\circ \quad a_n = \begin{cases} \dfrac{2n-4}{n+1} & n \quad pari \\ e^{-(n-5)^2} & n \quad dispari \end{cases} \qquad \circ \quad A = \left\{\frac{n^3-1}{4n^3}+\frac{1}{4} : n \in \mathbb{N}^*\right\}$$

Esercizio 4. Si determini il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4}, \quad a_0 = \alpha > 0.$$